

**Министерство просвещения Российской Федерации
Министерство образования Иркутской области
Департамент образования комитета по социальной политике и культуре
администрации г. Иркутска
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Лицей ИГУ города Иркутска**

РАССМОТРЕНО

на заседании МО учителей математики
от 28.08.2024 г. протокол №1.
Руководитель Малакичев А.О.

УТВЕРЖДЕНО

Приказ № 01-06-106/1
от 02.09.2024 г.
Директор Е.Ю. Кузьмина

ПРИНЯТО

решением педагогического совета
от 28.08.2024 г., протокол №1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По курсу внеурочной деятельности
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК»
для обучающихся 7 – х классов

Составитель программы:
Кузьмин Олег Викторович.,
учитель математики,
высшая квалификационная категория

г. Иркутск, 2024 год

Аннотация к рабочей программе по внеурочной деятельности «Математический кружок» 7 класс 2024-2025 учебный год

Программа по внеурочной деятельности «Математический кружок» для обучающихся 7 - х классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Программа «Математический кружок» относится к обще интеллектуальному направлению реализации внеурочной деятельности в рамках ФГОС.

Отличительной особенностью данной образовательной программы является то, что программа «Математический кружок» предусматривает углубление знаний учащихся, получаемых ими при изучении основного курса, развитие познавательного интереса к предмету, любознательности, смекалки, расширение кругозора. Занятия построены так, чтобы быть для учащихся интересными, увлекательными и занимательными. Отбор содержания курса произведен в соответствии с выбранными принципами параллельности и опережающей сложности. Отобрано большое количество задач, для решения которых используются арифметические способы решения, что позволяет учить учащихся логически мыслить, рассуждать, развивать речь. Материал программы включает много нестандартных задач и способы их решения, что способствует развитию школьников, формированию у них познавательного интереса не только к решению задач вообще, но и самой математике.

Срок реализации: 1 год

Режим занятий: Количество часов, выделенных на изучение курса 34 часа в год, количество часов и занятий в неделю – 1 час в неделю. Продолжительность занятий 40 мин.

Прогнозируемые результаты и способы их проверки:

- быстро считать, применять свои знания на практике, приобретать навыки нестандартного мышления.
- научиться мыслить, рассуждать, анализировать условия заданий
- использовать рациональный способ решения задач;
- работать с чертежными инструментами;
- анализировать свою работу, исправлять ошибки, восполнять пробелы в знаниях из разных источников информации;
- применять некоторые приёмы быстрых устных вычислений при решении задач;
- применять полученные знания, умения и навыки на уроках математики.
- создавать творческие работы, доклады с помощью взрослых или самостоятельно;
- вести исследовательскую работу и участвовать в проектной деятельности самостоятельно или с помощью взрослых

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа составлена в соответствии с федеральным компонентом государственного образовательного стандарта основного общего образования для классов с углубленным изучением математики.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	7 класс
Количество учебных недель	34
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	34

Уровень подготовки учащихся - углубленный

Место предмета в учебном плане – предмет по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений.

В рабочую программу включены содержание программы, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу десятого и одиннадцатого классов, в качестве приложения 1 программы включены оценочные материалы, приложения 2 – методические материалы.

Планируемые результаты освоения учащимися учебного предмета

7 класс

Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются в части:

1) патриотического воспитания: проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданского и духовно-нравственного воспитания: готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудового воспитания: установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетического воспитания: способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценностей научного познания: ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации,

овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия: готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологического воспитания: ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды: готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

Метапредметные результаты:

1) способность определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

2) умение устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

3) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

4) способность прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;

5) формирования учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ - компетентности);

8) первоначальное представление об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;

9) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

10) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;

11) понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

12) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

13) способность планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

Предметные результаты:

Учащийся научится:

- Различию между примером и доказательством;
- методу доказательства от противного;
- решать простейшие задачи на применение принципа Дирихле;
- использовать основные свойства делимости;
- применять сложные проценты в простейших ситуациях;
- применять основную теорему арифметики;
- строить и применять простейшие логические схемы и таблицы.
- различать основные типы олимпиадных задач по арифметике;
- стандартные способы решения текстовых (сюжетных) задач;
- простейшие методы решения линейных уравнений в целых числах;

Учащийся сможет научиться:

- решать одну и ту же задачу различными методами;
- алгоритму Евклида.
- решать задачи о сложных и банковских процентах;

Содержание программы

Раздел 1. Делимость и простые числа (6 часов)

Деление с остатком. Задачи на применение признаков делимости. Общие делители и общие кратные.

Алгоритм Евклида. Теорема о простом делителе. Основная теорема арифметики.

Раздел 2. Уравнения в целых числах и методы их решения (4 часа)

Решение линейных уравнений с двумя переменными.

Раздел 3. Задачи на сложные проценты (4 часа)

Задачи на проценты. Банковские проценты.

Раздел 4. Логические задачи (4 часа)

Решение логических задач составлением таблиц.

Решение логических задач с помощью схем.

Задачи с конечными множествами. Задачи о лгунах.

Раздел 5. Олимпиадные задачи по арифметике (5 часов)

Степень. Степенные выражения. Формулы сокращенного умножения. Нахождение значений выражений на применение формул сокращенного умножения.

Упрощение выражений и вычисление их значений.

Раздел 6. Решение текстовых (сюжетных) задач (5 часов)

Задачи на составление уравнений. Задачи на части. Решение задач на пропорциональное деление, отношение двух чисел.

Задачи на совместную работу. Смешанные задачи.

Раздел 7. Принцип Дирихле и его применение при решении задач (5 часов)

Понятие о принципе Дирихле. Решение простейших задач на применение принципа Дирихле.

Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью.

Итоговое занятие (1 час)

Демонстрация презентаций, защита проектов, выполненных учащимися.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Делимость и простые числа	6	
1	Деление с остатком	1	
2	Задачи на применение признаков делимости	1	
3	Общие делители и общие кратные	1	
4	Алгоритм Евклида	1	
5	Теорема о простом делителе	1	
6	Основная теорема арифметики	1	
	Раздел 2. Уравнения в целых числах и методы их решения	4	
7	Линейные уравнения с двумя переменными	1	
8 - 10	Решение линейных уравнений с двумя переменными	3	
	Раздел 3. Задачи на сложные проценты	4	
11	Сложные проценты	1	
12	Задачи на сложные проценты	1	
13	Банковские проценты	1	
14	Контрольный урок		1
	Раздел 4. Логические задачи	4	
15	Решение логических задач составлением таблиц	1	
16	Решение логических задач с помощью схем	1	
17	Задачи с конечными множествами	1	
18	Задачи о лгунах	1	
	Раздел 5. Олимпиадные задачи по арифметике	5	
19	Степень. Степенные выражения	1	
20	Формулы сокращенного умножения.	1	
21	Нахождение значений выражений на применение формул сокращенного умножения	1	
22	Упрощение выражений и вычисление их значений	1	
23	Контрольный урок		1
	Раздел 6. Решение текстовых (сюжетных) задач	5	
24	Задачи на составление уравнений	1	
25	Задачи на части	1	
26	Решение задач на пропорциональное деление, отношение двух чисел	1	
27	Задачи на совместную работу	1	
28	Смешанные задачи.	1	
	Раздел 7. Принцип Дирихле и его применение при решении задач	6	
29	Понятие о принципе Дирихле	1	
30, 31	Решение простейших задач на применение принципа Дирихле	2	
32	Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью	1	
33	Контрольный урок		1
34	Защита творческой работы		1

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Делимость и простые числа

Методическое замечание. На первом занятии по теме «Делимость и простые числа» следует сформулировать и на примерах пояснить основную теорему арифметики, а также вспомнить признаки делимости на 2, 5, 10, 4, 25, 3, 9, 11.

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АРИФМЕТИКИ: *Натуральное число раскладывается на произведение простых множителей единственным образом, с точностью до порядка множителей.*

Пример 1. В таверне было 6 ящиков яблок, масса которых равна соответственно 15, 16, 18, 19, 20 и 31 кг. Две ковбойские фирмы приобрели 5 ящиков, причем одна из них взяла в два раза больше яблок (по массе), чем другая. Какой ящик остался в таверне?

Решение. Поскольку одна фирма купила вдвое больше яблок, чем другая, общая масса купленных яблок должна делиться на 3 (тогда две трети купит первая компания и ещё треть – вторая). Общая масса всех яблок в таверне равна $15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 = 119$ кг. Осталось определить, какое из чисел 15, 16, 18, 19, 20 и 31 нужно отнять от 119, чтобы получилось число, кратное трём. Нетрудно убедиться, что это может быть только число 20.

Ответ. Ящик массой 20 кг.

Пример 2. Ковбой Джо зашел в бар. Он купил бутылку виски за 3 доллара, трубку за 6 долларов, три пачки табака и девять коробок непромокаемых спичек. Бармен сказал: «С вас 11 долларов 80 центов за всё». Вместо ответа Джо выхватил револьвер. Почему он решил, что его пытаются надуть?

Указание. У всех покупок, которые сделал Джо, либо цена (3 и 6 долларов), либо количество (3 пачки и 9 коробок) делится на 3. Может ли так получиться, что общая стоимость покупки на 3 не делится?

Пример 3. Билл и Джек купили одинаковые револьверы. Билл платил только 3-долларовыми купюрами, а Джек – 4-долларовыми. Общее количество банкнот, которое они отдали, не превосходит 13. Сколько стоит револьвер?

Указание. Так как за револьвер можно заплатить 3-долларовыми купюрами, то его цена делится на 3. Точно так же цена револьвера делится на 4. Значит, цена револьвера делится на 12. Если бы цена была больше 12 долларов, то сколько купюр заплатили бы Билл и Джек?

Ответ. 12 долларов.

Пример 4. Ковбой Билл играл на одноруком бандите. Если выпадают "три семёрки", то он выигрывает 80 долларов, а если "три яблока", то 24 доллара. Любая другая комбинация – проигрыш. Билетик для игры стоит 4 доллара. Однажды он похвастался: "Я начал с 10 долларов, а через час у меня была тысяча!" Могло ли так быть?

Указание. Докажите, что выигрыш Билла обязательно должен делиться на 4. А по его словам, он выиграл 990 долларов.

Пример 5. У ковбоя Билла 180 коров. Сколькими способами он может разделить своё стадо на несколько одинаковых стад?

Указание. Если 180 делится на какое-нибудь число то 180 коров можно разбить на группы по k коров. Посчитайте k , сколько различных делителей у числа 180.

Ответ. 18 способами.

Пример 6. Джо и Джек играют в такую игру: Джек называет три цифры, а Джо должен из них составить однозначное, двузначное или трёхзначное число, делящееся на три. Если это ему удаётся, Джек отдаёт 12 долларов, а если нет, Джо отдаёт 1000 долларов. За кого бы вы играли в эту игру?

Решение. Постараемся найти три цифры, которые бы подошли Джеку. Эти цифры не должны делиться на 3. Значит, их остатки при делении на 3 равны либо 1, либо 2. Если у всех трёх чисел остатки одинаковые, то любое трёхзначное число, составленное из этих цифр, делится на 3. (Почему?) Если же у двух из них остатки разные, то, любое двухзначное число, составленное из этих двух цифр, делится на 3. (Почему?)

Ответ. Из любых трёх цифр можно составить либо одно-, либо двух-, либо трёхзначное число, которое делится на 3. Так что лучше играть за Джо.

Пример 6. В банк Сакраменто можно положить за один раз 120 долларов или снять 300 долларов. У Билла есть 1000 долларов. Какую максимальную сумму он может положить в банк за несколько визитов?

Указание. Числа 300 и 120 делятся на 60, значит, сумма, которую можно положить в банк, тоже делится на 60. Наибольшее такое число, меньшее 1000, равно 960. Поэтому больше 960 долларов Билл в банк положить не сможет. Однако, то, что 960 долларов положить можно, ещё не доказано. Покажем цепочку визитов Билла в банк, приводящих к указанной сумме: $120 \cdot 5 - 300 + 120 \cdot 5 - 300 + 120 \cdot 3 = 960$. Возможны и другие решения.

Ответ. 960 долларов.

Пример 7. Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты и каждый пятый день ходит на охоту. Сегодня у Робинзона *тяжёлый день*: он должен делать все эти три дела. Когда у Робинзона будет следующий *тяжёлый день*?

Решение. Поскольку Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты, а каждый пятый день ходит на охоту, промежуток между двумя тяжёлыми днями должен состоять из числа дней, кратного 2, 3 и 5. Нас интересует следующий тяжёлый день, поэтому нужно выбрать наименьшее из таких чисел. Это число $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 = \text{НОК}(2, 3, 5)$.

Ответ. Через 30 дней.

Пример 8. Вершины тысячеугольника занумерованы по порядку числами от 1 до 1000. Банкир Джон отмечает каждую пятнадцатую вершину, начиная с первой (то есть вершины с номерами 1, 16, 31, 46 и т.д.). Так он делает до тех пор, пока не дойдёт до уже отмеченной вершины. Сколько вершин тысячеугольника останутся неотмеченными?

Решение. Будем выписывать номера отмеченных вершин. Первые из них делятся на 15 с остатком 1: это 1, 16, 31, ..., 991. Дальше будет 6 и другие номера, делящиеся на 15 с остатком 6: это 6, 21, 36, ..., 996. Дальше будет 11 и другие номера, делящиеся на 15 с остатком 11: это 11, 26, 41, ..., 986. А потом – снова 1, и больше никакие вершины отмечены не будут. Если аккуратно посчитать (проделайте это!), отмеченных вершин получится 200 штук, а неотмеченных – 800.

Ответ. 800.

Домашнее задание

1. Докажите, что число, в десятичной записи которого участвуют три единицы и несколько нулей, не может быть квадратом.
2. Существуют ли такие три числа, что их попарные наибольшие общие делители равны 1, 2 и 3?
3. Допишите к числу 523... три цифры так, чтобы полученное шестизначное число делилось на 7, 8 и 9. Сколько всего таких чисел существует?
4. Вася берёт любое трёхзначное число, вычитает из него число, записанное теми же цифрами в обратном порядке и утверждает, что разность делится на 9. Прав ли он?
5. Настя заметила, что $555 \cdot 37$ и $777 \cdot 37$. Сформулируйте общее утверждение и докажите его.

Задачи для самостоятельного решения

1. а) Маша показывает такой фокус: ей называют любое трёхзначное число, она приписывает к нему такое же, а потом в уме за секунду делит получившееся шестизначное число на 1001. Как она это делает?
- б) Саша заметила, что все шестизначные числа Маши делятся на 7. Почему? На какие ещё два простых числа они делятся? Найдите как можно больше делителей.
2. Мама послала Васю в магазин купить кефира по 22 руб. насколько хватит денег. На сдачу Вася хочет купить себе леденцов по 5 руб. На какое наибольшее количество леденцов он может рассчитывать?
3. Коля заметил, что числа 11, 1001, 100001 делятся на 11. Сформулируйте и докажите общую закономерность.
4. Петя заметил, что число a^5 оканчивается на ту же цифру, что и a . Для всех ли натуральных чисел это верно? В каких системах счисления это верно? Для каких ещё степеней это верно?
5. Вася взял большое число. С помощью признака делимости на 3 он проверил, что число делится на 3. Далее с помощью признака делимости на 9 он проверил, что это число делится на 9. Отсюда он сделал вывод, что это число делится на 27. Прав ли Вася?
6. Коля считает, что если число делится на 27, то и сумма его цифр делится на 27. Петя считает, что верно обратное утверждение. Правы ли они?

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТИРОВАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ

Задача 1: В тесте было 20 вопросов. За каждый правильный ответ Вася получал 11 баллов. За каждый неправильный – минус 5. За пропуск ответа отнимается 1 балл. Вася набрал 80 баллов. Сколько пропусков при таком результате могло оказаться у Васи?

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 2: Сколько существует таких неупорядоченных пар (т.е. а и b то же самое, что b и а) натуральных чисел, что $1/a + 1/b = 1/8$.

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 3: Про 3 написанных числа известны 5 утверждений:

- а) эти числа являются сторонами прямоугольного треугольника;
- б) числа целые;
- в) сумма этих чисел равна 0;
- г) это три последовательных целых числа;
- д) произведение этих чисел меньше 100.

Сколько одновременно верных утверждений может быть?

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 4: На доске написано число, начинающееся на 6. Если стереть первую цифру, то число уменьшится в k раз. Чему может быть равно k?

- а) 7 б) 8 в) 9 г) 10 д) 15

Задача 5: Какие числа можно представить как сумму двух или более последовательных натуральных чисел?

- а) 8 б) 10 в) 12 г) 14 д) 16

Задача 6: Вася забыл номер квартиры друга, но запомнил, что если взять номер этажа друга и между цифрами вставить номер подъезда, то получится номер квартиры. Номер квартиры заканчивается на 4 и на лестничной клетке он больше других номеров квартир. Сколько этажей может быть в этом доме, если этажей в доме не более, чем 30, а подъездов не более, чем 3, а на каждом этаже в каждом подъезде по 4 квартиры.

- а) 14 б) 17 в) 20 г) 23 д) 26

Задача 7: Пятизначное число уменьшают на сумму своих цифр, полученное число опять уменьшают на сумму своих цифр и т.д. Какие числа можно получить в результате таких операций?

- а) 18 б) 20 в) 12 г) 100 д) 27

Задача 8: Известно, что $2/3$ класса были в театре, $3/5$ были в кино, а $1/3$ класса была и в театре и в кино. Петя, к сожалению, не был ни в кино, ни в театре. Сколько еще человек, кроме Пети, могло учиться в классе и ни разу не сходить ни в кино, ни в театр, если известно, что в классе от 17 до 35 человек?

- а) 0 б) 1 в) 3 г) 5 д) 6

Задача 9: Из 9 единичных квадратов сложили большой квадрат 3×3 . Какое число точек можно выбрать среди 16 вершин маленьких квадратов, чтобы никакие три точки не были бы вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника?

- а) 6 б) 7 в) 8 г) 9 д) 10

Задача 10: Две стороны треугольника равны 4,57 см и 1,15 см. Чему может быть равна третья сторона, если известно, что она выражается целым числом сантиметров?

- а) 2 б) 3 в) 4 г) 5 д) 6

Задача 11: В каждой клетке квадрата 5×5 расставлены единички и нолики таким образом, что в каждой строке, кроме, может быть, первой единичек больше, чем ноликов. А также в каждом столбце, кроме, может быть последнего, ноликов больше, чем единиц. Сколько ноликов может содержаться в квадрате?

- а) 10 б) 11 в) 12 г) 13

д) расставить указанным образом единички и нолики нельзя.

Задача 12: Вася загадал двузначное число. Умножил его на 9, а затем зачеркнул последнюю цифру. Полученное число умножил на 13 и опять зачеркнул последнюю цифру. Мог ли Вася в результате получить числа?

- а) 20 б) 13 в) 40 г) 55 д) 64

Задача 13: Какое количество острых углов могут образовать 5 лучей с общим началом?

- а) 3 б) 4 в) 6 г) 8 д) 9

Задача 14: Вася подбрасывал игральный кубик 5 раз и каждый раз записывал полученное число очков. Сумма записанных чисел равна 27. Сколько раз могла выпасть на кубике «пятерка»?

- а) 0 б) 1 в) 2 г) 3 д) 4

Задача 15: В вершинах куба записаны числа 1 или -1 . На каждой грани записали произведение чисел в ее вершинах. Чему может быть равна сумма всех чисел, записанных на гранях куба?

- а) 6 б) -4 в) -2 г) 3 д) -6