

**Министерство образования Иркутской области
Департамент образования города Иркутска
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Лицей ИГУ города Иркутска
МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска**

РАССМОТРЕНО
на заседании методического
объединения учителей математики
от 29.08.2023г. протокол №1.
Руководитель МО И.Л. Коваленок

УТВЕРЖДЕНО
Приказ № 01-06-140 от
30.08.2023 г.
Директор Е.Ю. Кузьмина

ПРИНЯТО
решением педагогического совета
от 30.08.2023 г., протокол №1

ID -

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

ID –

**учебного предмета
«Нестандартные задачи элементарной математики»
для 10-11 физико-математических и экономико-математических классов**

Срок реализации программы 2 года

Уровень сложности программы УГЛУБЛЕННЫЙ

Количество часов по программе за весь период реализации - 136

Составители программы: Коваленок И.Л., учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска
Кузьмина Е.Ю., кандидат физико-математических
наук, доцент, учитель математики МАОУ
Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск, 2023 год

АННОТАЦИЯ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ учебного курса «Нестандартные задачи элементарной математики»

Рабочие программы «Нестандартные задачи элементарной математики» (10-11 класс) разработана в соответствии с требованиями ФГОС и ФОП основного общего образования и Положением «О рабочих программах учебных предметов, учебных курсов (в том числе внеурочной деятельности), учебных модулей в соответствии с требованиями ФГОС и ФОП основного общего образования» МАОУ Лицея ИГУ г.Иркутска., утвержденного приказом директора 01-06-132 от 30.08.2023 года и является частью основной образовательной программы основного общего образования.

Рабочая программа ориентирована на целевые приоритеты, сформулированные в федеральной рабочей программе воспитания и в рабочей программе воспитания МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска.

Обучение математике направлено на совершенствование нравственной и коммуникативной культуры обучающегося, развитие его интеллектуальных и творческих способностей, мышления, памяти и воображения, навыков самостоятельной учебной деятельности, самообразования.

Содержание математике ориентировано также на развитие функциональной грамотности как интегративного умения человека читать, понимать тексты, использовать информацию текстов разных форматов, оценивать ее, размышлять о ней, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни.

Изучение математике направлено на достижение следующих целей:

В направлении личностного развития: развитие логического и критического мышления, культуры речи, способностей к умственному эксперименту, интереса к математическому творчеству; формирование качеств, необходимых для адаптации в современном информационном обществе, способностей к преодолению мыслительных стереотипов.

В метапредметном направлении: формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества; развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования.

В предметном направлении: овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения смежных дисциплин и продолжения обучения в профильных классах Лицея ИГУ; создание фундамента для математического развития одаренных детей.

Рабочая программа учебного предмета «Геометрический практикум» входит в обязательную предметную область «Математика и информатика»

Срок реализации программы – 2 года (10-11 класс)

Количество учебных часов, на которые рассчитана программы

	10 класс	11 класс	Всего
Количество учебных недель	34	34	68
Количество часов в неделю	2 ч/нед	2 ч/нед	
Количество часов в год	68	68	136 часов

Для реализации программы используются учебники, допущенные к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, приказом Минпросвещения от 21.09.2022 № 858:

1. Шабунин М.И. Математика. Алгебра. Начала математического анализа.11. Профильный уровень. – М.: БИНОМ,.
2. Шабунин М.И. Математика. Алгебра. Начала математического анализа.11. Профильный уровень. – М.: БИНОМ,
3. Шабунин М.И. Математика. Алгебра. Начала математического анализа.10-11. Профильный уровень. Задачник. – М.: БИНОМ, 2
4. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. - М.: Илекса, Харьков: Гимназия,

5. Амелькин В.В. , Рабцевич В.Л. Задачи с параметрами. - Минск: Асар,.

Электронные образовательные ресурсы, допущенные к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования приказом Минпросвещения от 02.08.2022 № 653:

1. <http://katalog.iot.ru> - каталог образовательных ресурсов сети Интернет;
2. <http://www.edu.ru> - Федеральный образовательный портал;
3. <http://school-collection.edu.ru> - единая коллекция цифровых образовательных ресурсов;
4. <http://window.edu.ru> - единое окно доступа к образовательным ресурсам;
5. Тестирование online: 5 - 11 классы :<http://www.kokch.kts.ru/cdo/>
6. Педагогическая мастерская, уроки в Интернет и многое другое: <http://teacher.fio.ru>
7. Новые технологии в образовании: <http://edu.secna.ru/main/>
8. Путеводитель «В мире науки» для школьников:<http://www.uic.ssu.samara.ru/~nauka/>
9. Мегаэнциклопедия Кирилла и Мефодия: <http://mega.km.ru>
10. сайты «Энциклопедий», например:<http://www.rubricon.ru/> <http://www.encyclopedia.ru/>

В программу включены содержание, планируемые результаты (личностные, метапредметные, предметные), тематическое планирование с учетом рабочей программы воспитания и возможностью использования электронных (цифровых) образовательных ресурсов, оценочные и методические материалы.

Рабочая программа обсуждена и принята решением методического объединения учителей-предметников (протокол №1 от 29.08.2023 г.), согласована с заместителем директора МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска, утверждена приказом директора № 01-06-140 от 30.08.2023 г.

Содержание программы для 10-11 классов

10 класс

I Аналитические методы решения основных типов задач (20 часов)

Решение алгебраических уравнений с параметрами аналитическими методами:

- Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений с параметрами.
- Решение линейных неравенств и систем линейных неравенств с параметрами.
- Решение квадратных уравнений и неравенств с параметрами.
- Решение систем линейных и квадратных неравенств с параметром.
- Рациональные и дробно-рациональные уравнения с параметром.
- Решение уравнений и неравенств с параметром, содержащих переменную под знаком модуля.
- Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.

II Квадратный трёхчлен в задачах с параметром и нестандартных задачах (12 часов)

«Каркас» квадратичной функции. Теорема Виета. Определение знаков корней квадратного трёхчлена. Расположение корней квадратичной функции относительно данных точек. Задачи, сводящиеся к исследованию квадратного трёхчлена.

III Графические интерпретации (24 часа)

Построение графиков функций и геометрических мест точек, удовлетворяющих заданным условиям: уравнениям, неравенствам, системам уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств с параметрами методом сечений. Решение уравнений и неравенств с параметрами методом областей.

IV Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств (12 часов)

Решение уравнений и неравенств с применением свойств функций: монотонности, ограниченности, в том числе уравнений и неравенств с параметрами.

11 класс

I Логический перебор в задачах с параметрами и нестандартных задачах (20 часа)

Алгебраические уравнения и неравенства. Трансцендентные уравнения и неравенства. Задачи с целочисленными неизвестными. Решение задач с параметрами аналитическими методами. Квадратный трехчлен в задачах с параметром.

II Графические интерпретации и геометрические идеи (26 часа)

Построение графиков сложных функций. и геометрических мест точек, удовлетворяющих заданным условиям. Решение уравнений и неравенств с параметрами методом сечений. Решение уравнений и неравенств с параметрами методом областей. Решение нестандартных задач с параметрами с использованием геометрических идей и графических интерпретаций.

III Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств (16 часов)

Применение монотонности и ограниченности функций и инвариантности при решении уравнений и неравенств с параметрами. Применение производной при решении задач с параметром

IV Итоговое повторение (6 часов)

Решение задач ЕГЭ с параметрами.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 класс

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
Аналитические методы решения основных типов задач		20	
1	Решение линейных уравнений с параметром	1	
2	Решение линейных неравенств с параметром	1	
3-4	Квадратные уравнения с параметром.	2	
5-6	Решение квадратных неравенств с параметром.	2	
7-8	Решение систем линейных и квадратных неравенств с параметром.	2	
9-10	Рациональные и дробно-рациональные уравнения с параметром. Определение количества решений.	2	
11-12	Рациональные уравнения с модулем, содержащие параметр.	2	
13-14	Решение неравенств с параметром, содержащих переменную под знаком модуля.	2	
15-16	Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.	2	
17-18	Решение задач	2	
19	Контрольная работа №1		1
20	Работа над ошибками.		
Квадратный трёхчлен в задачах с параметром и нестандартных задачах		12	
21-22	«Каркас» квадратичной функции. Дискриминант, старший коэффициент и вершина.	2	
23-24	Теорема Виета.	2	
25-26	Определение знаков корней квадратного трехчлена.	2	
27-28	Расположение корней квадратичной функции относительно данных точек.	2	
29-30	Задачи, сводящиеся к исследованию квадратного трехчлена.	2	
31	Контрольная работа №2		1
32	Работа над ошибками.	1	
Графические интерпретации		24	
33-34	Построение геометрических мест точек, заданных уравнениями	2	
35-36	Построение геометрических мест точек, заданных неравенствами.	2	
37-38	Построение геометрических мест точек, заданных системами уравнений и неравенств.	2	
39-40	Метод областей. Решение уравнений с параметром методом областей.	2	
41-43	Метод областей. Решение неравенств с параметром методом областей.	3	
44-46	Решение систем уравнений и неравенств с параметром методом областей.	3	
47-49	Метод сечений. Применение к решению уравнений с параметром.	3	
50-52	Решение систем уравнений методом сечений.	3	

53-54	Решение задач с параметрами графическими методами.	2	
55	Контрольная работа №3		1
56	Работа над ошибками.	1	
Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств		12	
57-59	Применение свойства монотонности функций при решении уравнений и неравенств.	3	
60-62	Применение свойства ограниченности функций при решении уравнений и неравенств.	3	
63-65	Решение задач с параметром с использованием различных свойств функции.	3	
66	Контрольная работа №3		1
67-68	Работа над ошибками. Решение задач с параметром	2	

11 класс,

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
Логический перебор в задачах с параметрами и нестандартных задачах		20	
1-4	Алгебраические уравнения и неравенства	4	
5-7	Трансцендентные уравнения	3	
8-10	Трансцендентные неравенства	3	
11-12	Задачи с целочисленными неизвестными.	2	
13-14	Решение задач с параметрами аналитическими методами.	2	
15-18	Квадратный трехчлен в задачах с параметром.	4	
19	Контрольная работа №1		1
20	Работа над ошибками	1	
Графические интерпретации и геометрические идеи		26	
21-22	Построение графиков сложных функций.	2	
23-24	Построение геометрических мест точек, заданных трансцендентными уравнениями и неравенствами.	2	
25-27	Решение трансцендентных уравнений методом областей	3	
28-30	Решение трансцендентных неравенств методом областей.	3	
31-34	Решение трансцендентных уравнений методом сечений.	4	
35-37	Геометрические идеи: окружность в нестандартных задачах и задачах с параметрами.	3	
38-40	Геометрические идеи: неравенство треугольника в задачах с параметрами и нестандартных задачах	3	
41-42	Геометрический смысл модуля действительного числа. Применение к решению нестандартных задач и задач с параметрами.	2	
43-44	Решение задач с параметрами графическими методами	2	
45	Контрольная работа №2		1
46	Работа над ошибками	1	
Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств.		16	
47-50	Применение свойства монотонности функций при	4	

	решении уравнений и неравенств с параметрами.		
51-54	Применение свойства ограниченности функций при решении уравнений и неравенств с параметрами.	4	
55-56	Инвариантность.	2	
57-58	Применение производной при решении задач с параметром	2	
59-60	Подготовка к контрольной работе	2	
61	Контрольная работа №3		1
62	Работа над ошибками	1	
Итоговое повторение.		6	
63-68	Решение задач ЕГЭ.	6	

Планируемые результаты

Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются в части:

1) патриотического воспитания:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданского и духовно-нравственного воспитания:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудового воспитания:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетического воспитания:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценностей научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологического воспитания:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

Личностные результаты

- ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

- решать линейные уравнения, неравенства и их системы с параметрами;
- различным подходам к отбору корней квадратного уравнения;
- проводить отбор корней квадратного уравнения графическим методом (расположение параболы на координатной плоскости);
- различным методам построения геометрических мест точек на координатной плоскости, задаваемых алгебраическими уравнениями, неравенствами, системами уравнений и неравенств;
- решать алгебраические уравнения и неравенства с параметрами методом сечений семейством линий $y = ax$, $y = |x+a|$; $x^2 + y^2 = r^2$;
- решать простейшие задачи с параметром методом областей;
- использовать свойства монотонности и ограниченности функции при решении уравнений и неравенств.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- интерпретировать полученные результаты.

Учащиеся получают возможность научиться:

- производить оценку переменной;
- свободно определять тип и выбирать метод решения уравнений и неравенств с параметрами;
- применять функциональные методы решения уравнений и неравенств.

11 класс

Личностные результаты

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Выпускник научится:

- основным типам задач с параметрами;
- различным подходам к решению трансцендентных уравнений и систем уравнений с параметрами;
- проводить отбор корней квадратного уравнения различными методами;
- решать трансцендентные уравнения с параметрами, сводящиеся к задаче на исследование квадратного трехчлена;
- использовании свойств монотонности, ограниченности функции и инвариантность при решении уравнений и неравенств;
- производить отбор корней уравнений с параметрами методом областей;
- решать алгебраические уравнения и неравенства с параметрами методом сечений семейством линий $y = ax + b$, $y = (x + a)^2$, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- интерпретировать свойства функций в контексте конкретной практической ситуации;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов.

Выпускник получит возможность научиться:

- определять количество решений системы в зависимости от параметра, используя свойства симметричности системы относительно переменных
- формулировать условие существования решений простейших трансцендентных уравнений и систем уравнений с параметрами;
- методам построения графиков сложных функций;
- различным методам построения геометрических мест точек на координатной плоскости, задаваемых трансцендентными уравнениями, неравенствами;

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

10 класс

Контрольная работа №1

1. При каком значении a уравнение $a(2a + 4)x^2 - 5a - 10 = 0$ имеет более двух решений?
2. При каких значениях параметра a система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + (2a - 5)x + a^2 - 5a < 0 \\ x^2 - 5x - 24 \geq 0 \end{cases}$$
 не имеет решений?
3. Найдите наименьшее целое решение параметра m при котором решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ y - 2x = 2m \end{cases}$$
 удовлетворяет неравенству $x + y > 0$.

Контрольная работа №2

1. Найдите все значения параметра a , для которых неравенство $ax^2 + 2ax - a + 1 > 0$ выполняется при всех действительных значениях x .
2. При каких значениях параметра a оба корня уравнения $(a - 2)x^2 - 2ax + a + 3 = 0$ положительные?
3. При каких значениях параметра a оба корня уравнения $x^2 + 3(a - 2)x + 2a^2 - 7a + 5 = 0$ больше -2 .
4. При каких значениях параметра a ровно один корень уравнения

$$(a - 1)x^2 - (a + 1)x + a = 0$$
 расположен на интервале $(0, 3)$?

Контрольная работа №3

1. Определить количество решений уравнения в зависимости от значения параметра a :

$$1 + 2|1 + x| = a - 3x$$
2. При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 2ay + x^2 = 9 - a^2 \\ y + |x| = 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.
3. Дана система неравенств

$$\begin{cases} x^2 - x + a \leq 0 \\ x^2 - 4x - 6a \leq 0 \end{cases}$$
 - А) При каких значениях параметра a система имеет единственное решение?
 - Б) При каких значениях параметра a система верна при всех $x \in [0, 5; 1]$.
 - В) При каких значениях параметра a система верна хотя бы при одном значении $x \in [0, 5; 1]$?

11 класс

Контрольная работа № 1

1. При каких значениях параметра a уравнение $\sqrt{x^2 + 1} = x + a$ имеет решение?
2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2a - 4 + a(3 - \sin^2 x)^2 + \cos^2 x = 0$$
 имеет решение?

3. Найдите все значения x , которые удовлетворяют неравенству $(2a - 7)x^2 + (19 - 5a)x < 3a - 6$ при любом значении параметра a , принадлежащем промежутку $(4, 5)$.

Контрольная работа № 2

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y = |x - a| + 1 \\ (x - 4)^2 + (y - 6)^2 = 25 \end{cases} \quad \text{имеет ровно три различных решения.}$$

2. Множество M состоит из всех точек плоскости, координаты которых

удовлетворяют системе неравенств: $\begin{cases} x^2 - (a - 2)x - 2 \leq y \\ 2x + y - a \leq 0 \end{cases}$. Определите, при каких

значениях параметра a множество M содержит отрезок $[-1, 0]$ оси Ox .

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $|x^2 - 6x + a| > 10$ не имеет решений на отрезке $[a, a + 6]$.

Контрольная работа № 3

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a + 1 - ax + \sqrt{-x^2 + 10x - 24} = 0 \quad \text{имеет чётное число решений.}$$

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a \sin 3x + \sqrt{3(1 - a)} \cdot \cos 3x = 2a - 3$$

имеет ровно три решения на отрезке $[-\pi, \pi]$.

3. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2x)^5 + x^2 + a = 2x$$

имеет хотя бы одно решение.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Подборка заданий по теме «Квадратные уравнения с параметрами»

1. При каких значениях параметра a сумма S квадратов корней уравнения

$$9x^2 - 6ax + 2a^2 - 12a + 27 = 0$$

является наибольшей? Чему равна эта сумма?

2. При каких значениях параметра a система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + (2a - 5)x + a^2 - 5a < 0 \\ x^2 - 5x - 24 \geq 0 \end{cases} \quad \text{не имеет решений?}$$

3. Для каждого c укажите число корней уравнения $3x|x| + x^2 - 8x = c$

4. При каких значениях a множеством всех решений неравенства $x^2 + ax - 1 < 0$ будет интервал длины 5 ?

5. При каких значениях параметра a оба корня уравнения $(a - 2)x^2 - 2ax + a + 3 = 0$ положительные?

6. При каких значениях параметра a один из корней уравнения $(a - 2)x^2 - 2(a + 3)x + 4a = 0$ больше 3 , а другой меньше 2 ?

7. При каких значениях параметра a ровно один из корней уравнения $(a-1)x^2 - (a+1)x + a = 0$ расположен на $(0, 3)$?
8. Найти все значения параметра p , при каждом из которых множество всех решений неравенства $(p-x^2)(p+2x-8) < 0$ не содержит ни одного решения неравенства $x^2 \leq 4$?
9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наибольшее значение функции $y(x) = -x^2 - 6ax + (-a^2 + 2a + 4)$ на отрезке $0 \leq x \leq 3$ равно 5.
10. При каких значениях параметра a уравнения $4ax^2 - 12x + 3a + 5 = 0$ и $(a+1)x^2 - 6ax + 4 = 0$ равносильны?

Подборка задач с параметрами

1. При каких значениях параметра a уравнение $\sqrt{x+1} = x+a$ имеет единственное решение?
2. При каких значениях параметра b уравнение $\sqrt{x+b} = x+3$ имеет единственное решение?
3. При каком значении параметра b уравнение $b|x-3| = x+1$ имеет единственное решение? Найти это решение.
4. Сколько решений в зависимости от параметра b имеет уравнение $|x-4| = bx+2$?
5. Для каждого значения параметра a укажите количество корней уравнения:
 - 1) $x + \frac{4}{x^2} = a$;
 - 2) $\frac{a}{2x+1} = e^{-x^2}$;
 - 3) $x \ln^2 x = a$;
 - 4) $x^2 - \frac{16}{x} = a$;
 - 5) $x^3 - 3x^2 + 2 = a$.
6. При каких значениях параметра a уравнение $4 \sin x + 9 = a(1 + \operatorname{ctg}^2 x)$ имеет решение?
7. Найти все значения параметра c , при которых неравенство $1 + \log_2 \left(2x^2 + 2x + \frac{7}{2} \right) \geq \log_2 (cx^2 + c)$ имеет хотя бы одно решение.
8. Найти все значения a , при которых неравенство $1 - \log_{\frac{1}{7}}(x^2 + 1) \geq \log_7(ax^2 + 4x + a)$ справедливо при всех x .
9. При каких значениях параметра a уравнение $(a+1) \cdot 2^{2x} + 2^x + 3 - a = 0$ имеет единственное решение?
10. При каких значениях параметра a найдутся такие значения x , что числа $2^x - a$; -2^{-x-1} и $4^x + 4^{-x}$ образуют арифметическую прогрессию?
11. Найти все значения a , при которых неравенство $a \cdot 9^x + 4(a-1) \cdot 3^x + a > 1$ выполняется при всех x .
12. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $5x - |3x - |x+a|| = 10|x-2|$ имеет хотя бы один корень.
13. Найти все значения x , при каждом из которых неравенство $(a+2)x^3 - (1+2a)x^2 - 6x + (a^2 + 4a - 5) > 0$ выполняется хотя бы при одном a , принадлежащем отрезку $[-2, 1]$.
14. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x^4 - (a-1) \cdot y \cdot \sqrt{a+3} + a^4 + 2a^3 - 9a^2 - 2a + 8 = 0 \\ y = x^2 \cdot \sqrt{a+3} \end{cases}$$
 имеет ровно три решения?
15. Найти все такие значения a , что для любого значения b найдётся хотя бы одно значение c такое, что система уравнений

$$\begin{cases} bx + y = ac^2 \\ x + by = ac + 1 \end{cases} \text{ имеет хотя бы одно решение.}$$

16. Даны три утверждения:

1) уравнение $x + \frac{1}{x} = a$ не имеет решений;

2) справедливо равенство $\sqrt{a^2 - 4a + 4} = 2 - a$;

3) система $\begin{cases} x + y^2 = a \\ x - \sin^2 y = -3 \end{cases}$ имеет единственное решение.

При каких a два из этих утверждений верны, а одно – неверно.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых

система неравенств $\begin{cases} 4^x - 2^{x+y} \leq \frac{108a - 161}{2a - 3} \\ 5 \cdot 2^{x+y} - 9 \cdot 4^y \geq 54 \end{cases}$ имеет решение.

18. Найти все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\cos 2x + 4(a + 2)\sin x - (2a^2 + 8a + 3) < 0$ выполняется при всех x .

19. При каких значениях параметра a уравнения $\sin x = 2\sin^2 x$ и $4\sin^3 x - 2(a - 1)\sin^2 x + (a - 2)\sin x = 0$ равносильны?

20. При каких значениях a выражение $1 + \sin x(3\sin x + a\cos x)$ не равно нулю ни при каких значениях x ?

21. При каких значениях параметра a уравнение $2\cos 2x + 2a\sin x + a - 1 = 0$ имеет на промежутке $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ один корень?

22. При каких значениях m уравнение $(2m + 3)\cos^2 x + (m + 1)\cos x + 4 = 0$ имеет два различных корня на промежутке $(-\pi; \pi)$?

Разработка урока-соревнования

«Математический бой» (для 11-ых классов)

учитель - Осипенко Л.А.

I Предварительная подготовка:

Класс разбивается на две команды (приблизительно равные по силе). В каждой команде выбирается капитан.

Роль капитана: правильно организовать работу команды, распределить ответственных за решение каждой задачи. В самом «бое» участие не принимает, а является членом жюри.

II Ход урока (продолжительность 2 часа 40 минут)

1. (3 - 5 минут). Разыгрывается очередность вызова на бой: первой вызывает противника на бой та команда, чей капитан первым правильно решит предложенную задачу.
2. (2 - 3 минуты). Капитанам раздаются правила проведения боя, система оценки и условия задач.
3. (1 час - 1 час 15 минут). Команды решают предложенные задачи (в разных кабинетах).
4. (1 час - 1 час 15 минут). «Математический бой».
5. (5 - 10 минут). Подведение итогов.

III Правила игры

Подготовительный этап: за час необходимо решить шесть задач (одинаковые для обеих команд), распределить, кто за какую задачу «отвечает» (по два человека на задачу), выработать стратегию боя – то есть установить очередность задач для вызова на «бой».

Математический бой: игру начинает команда, капитан которой победил в предварительном турнире: за ними право выбора «оружия», то есть задачи. Игра начинается словами «Мы приглашаем на бой соперников с задачей №...» и зачитывается текст задачи. После чего выходят представители команды соперников и решают предложенную задачу на доске. Отвечающие за эту задачу в первой команде, выступают в роли оппонентов: их цель либо найти ошибку в решении или обосновании решения задачи, либо доказать нерациональность решения и предложить свое, более рациональное решение.

После «турнира» по первой задаче, вызов делает вторая команда и т.д.

Если вызванная на бой команда не решила данную задачу, то ее решает первая (вызывающая) команда, вторая оппонирует и теряет «ход», то есть ее опять вызывают на бой.

Если ни одна из команд не может предложить решение какой-либо задачи, то с вызывающей на бой команды (с этой задачей) снимаются штрафные очки (по решению жюри) и ход переходит к следующей команде.

В ходе боя *капитан* имеет право взять один *тайм-аут* и поговорить с командой.

IV Система оценки

Каждая задача оценивается по *десятибалльной* системе. Эти баллы распределяются между командами следующим образом:

- ❖ если после предложенного командой решения оппоненты противника не смогли найти ошибок в решении или доказать его нерациональность, все баллы присваиваются этой команде (счет 10: 0);
- ❖ если оппонентам удалось найти и обосновать ошибку в объяснении решения, то им присуждается 1-3 балла (счет 9:1, 8:2 или 7:3);
- ❖ если оппонентам удалось доказать нерациональность решения, то им присуждается 3-5 баллов (счет 7:3, 6:4 или 5:5);
- ❖ если оппоненту удалось доказать, что в решении допущена ошибка или решение полностью неправильное (в этом случае предлагается свое решение и противник автоматически становится оппонентом), то им присуждается 5-10 баллов (счет 5:5, 4:6, 3:7, 2:8, 1:9 или 0:10).

Каждый из членов жюри заполняет свой протокол. Затем выводится средняя сумма баллов. Побеждает тот, кто наберет больше баллов.

V Задачи

1. При каких a уравнение $|x + a| + |x + 4| = 8$ и неравенство $\sqrt{2x + 8} \geq x$ равносильны?
2. Меньшая диагональ, сторона, и большая диагональ ромба являются последовательными членами геометрической прогрессии. Найти углы ромба.
3. Решить уравнение $\log_2(3 - |\sin x|) = 2^{-|\pi - x|}$.
4. Найти трехзначное число, зная, что число его десятков есть среднее геометрическое числа сотен и единиц. Если в его десятичной записи поменять местами цифры сотен и единиц и вычесть новое число из искомого, то разность будет равна 297.
5. Если в двухмильном забеге жираф может выиграть у носорога $1/8$ мили, а носорог способен опередить гиппопотама на $1/4$ мили, то на какое расстояние жираф мог бы опередить гиппопотама?
6. Построить г. м. т.: $|y - \sin x| = y + \sin x$.

Задача для капитанов: Решить уравнение $(x^2 - 1)^2 + |x + 1| = 0$

VI Решение задач

VII Литература

1. Карп А.П. Даю уроки математики... Из опыта работы. - М.: Просвещение, 1992г.
2. Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов.- М.: Просвещение, 1995г.
3. Шарыгин И.Ф. Математика для школьников старших классов.- М.: Дрофа, 1995г.

Задачи по теме: "Применение свойств функций при решении уравнений и неравенств."

I Ограниченность функций.

Решить уравнение.

1. $\sin \frac{\pi x}{4} = x^2 - 4x + 5;$
2. $3\cos x + 4\sin x = x^2 - 6x + 14;$
3. $\cos x - y^2 - \sqrt{y - x^2 - 1} = 0;$
4. $4y^2 - 4y\cos x + 1 = 0;$
5. $y^2 - 3\sqrt{2}(\cos x - \sin x)y + 9 = 0;$
6. $\cos 3x + \cos \frac{5x}{2} = 2;$
7. $\cos(\pi\sqrt{x})\cos(\pi\sqrt{x-4}) = 1;$
8. $\log_2(3 - |\sin x|) = 2^{-|\pi-x|};$

Решить неравенства.

1. $(4x - x^2 - 3)\log_2(\cos^2 \pi x + 1) \geq 1;$
2. $2^{-|x-2|} \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1;$
3. $\cos x - y^2 - \sqrt{y - x^2 - 1} \geq 0;$
4. $\log_3(4 - \sin 3x) \leq \cos \frac{12x}{5};$
5. $\left(\frac{1}{2}\right)^{|\log_2 x|} \geq x^2 - 2x + 2;$
6. $\log_3(4 + \cos 6x) \leq \sin \frac{x}{3};$

Решить задачи с параметрами.

1. Найти все a при которых уравнение $1 + a\cos x = (a + 1)^2$ имеет решение.
2. Найти все целые k при каждом из которых уравнение $5 - 4\sin^2 x - 8\cos^2 \frac{x}{2} = 3k$ имеет решения.
3. При каких $a > 0$ уравнение $4^x + 2 = a2^x \sin \pi x$ имеет ровно одно решение?
4. При каких значениях параметра p система $\begin{cases} x^2 + 2px + 4p^2 + 2p + 4 \leq 4\sin y + 3\cos y, \\ 0 \leq y \leq 2\pi \end{cases}$ имеет единственное решение?

II Монотонность функций

1. Решить уравнения:

- 1) $(x+1)^3 = 41 - 3x - x^3$; 2) $4x^5 + 2x^3 + 71 = (3-x)^3 + 1$; 3) $x^{1997} + 1 = \sqrt{5-x}$;
 4) $\sqrt{3-x} = 1 - \frac{5}{x-4}$; 5) $\sqrt{x^2 + 3x + 6} + \sqrt{x+1} = 2$; 6) $\sqrt{3x^2 - x + 2} + \sqrt{x+1} = 2$;
 7) $\left(\frac{2}{3}\right)^x + \frac{4}{3} = 2^x$, 8) $4^x - (7-x)2^x + 12 - 4x = 0$; 9) $4^x + 3^x = 5^x$;
 10) $\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^x = (2\sqrt{2})^x$.

2. Решить уравнения вида $f(f(x))=x$:

- 1) $\sqrt{1+\sqrt{x}} = x-1$; 2) $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$;
 3) $\ln(1+\ln x) = x-1$; 4) $\sqrt[3]{x} + 1 = 2(2x-1)^3$.

4. Решить уравнения с параметрами:

- 1) $\sqrt[5]{a+x} - \sqrt[5]{a-x} = \sqrt[5]{2a}$; 2) $\sqrt{a^2-x} + \sqrt{b^2-x} = a+b$; 3) $\sqrt[7]{x} - \sqrt[3]{a-x} = \sqrt[7]{a}$.

5. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$9^{a^2} \log_2(|x^2 - 4x + 3| + 1) + 3^{3a - |x^2 - 4x + 3|} \log_2\left(\frac{1}{1 + 3a - 2a^2}\right) = 0 \text{ имеет три решения.}$$

6. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$4^{-|x-a|} \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{3}}(2|x-a|+2) = 0 \text{ имеет три решения.}$$

7. Найти значения параметра a , при каждом из которых число решений уравнения $3(x^2 + a^2) = 1 - (9a^2 - 2)x$ не превосходит числа решений уравнения

$$x + (3a - 2)^2 3^x = (8^a - 4) \log_3\left(3^a - \frac{1}{2}\right) - 3x^3.$$