Министерство образования Иркутской области
Департамент образования города Иркутска
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение Лицей ИГУ города Иркутска
МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска

РАССМОТРЕНО
на заседании методического объединения учителей математики
от 29.08.2023г. протокол №1.
Руководитель МО И.Л. Коваленок

УТВЕРЖДЕНО
Приказ № 01-06-140 от 30.08.2023 г.
Директор Е.Ю. Кузьмина

ПРИНЯТО
решением педагогического совета
от 30.08.2023 г., протокол №1

ID -

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА

Подписано цифровой подписью: МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА
DN: c=RU, st=ИРКУТСКАЯ ОБЛАСТЬ, street=УЛ. АКАДЕМИКА КУРЧАТОВА Д. 13А, l=Г. ИРКУТСК, title=Директор, o=МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА, 1.2.643.100.1=120D3130353338313230353034303 1, 1.2.643.100.3=120B30333934393231373538 35, 1.2.643.100.4=120A33383132303833333032, 1.2.643.3.131.1.1=120C333831323533313438323439, email=ligu_irk@mail.ru, givenName=Елена Юрьевна, sn=Кузьмина, cn=МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА
Дата: 2023.10.04 16:31:17 +08'00'

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ID –

учебного курса

«Решение олимпиадных задач по математике для 8-9 классов»

Срок освоения – 1 год

Уровень сложности программы УГЛУБЛЕННЫЙ

Количество часов по программе за весь период реализации - 34

Составители программы: Кузьмин О.В., доктор физ.-мат. наук, профессор, Заслуженный учитель РФ, учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска;
Гаер М.А., кандидат технических наук, доцент, учитель математики МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск, 2023 год

АННОТАЦИЯ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ
учебного курса «Решение олимпиадных задач по математике»

Рабочая программа «Решение олимпиадных задач по математике» (8-9 класс) разработана в соответствии с требованиями ФГОС и ФОП основного общего образования и Положением «О рабочих программах учебных предметов, учебных курсов (в том числе внеурочной деятельности), учебных модулей в соответствии с требованиям ФГОС и ФОП основного общего образования» МАОУ Лицея ИГУ г.Иркутска,, утвержденного приказом директора 01-06-132 от 30.08.2023 года и является частью основной образовательной программы основного общего образования.

Рабочие программы ориентирована на целевые приоритеты, сформулированные в федеральной рабочей программе воспитания и в рабочей программе воспитания МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска.

Обучение математике направлено на совершенствование нравственной и коммуникативной культуры обучающегося, развитие его интеллектуальных и творческих способностей, мышления, памяти и воображения, навыков самостоятельной учебной деятельности, самообразования.

Содержание математике ориентировано также на развитие функциональной грамотности как интегративного умения человека читать, понимать тексты, использовать информацию текстов разных форматов, оценивать ее, размышлять о ней, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни.

Изучение математике направлено на достижение следующих целей:

В направлении личностного развития: развитие логического и критического мышления, культуры речи, способностей к умственному эксперименту, интереса к математическому творчеству; формирование качеств, необходимых для адаптации в современном информационном обществе, способностей к преодолению мыслительных стереотипов.

В метапредметном направлении: формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества; развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования.

В предметном направлении: овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения смежных дисциплин и продолжения обучения в профильных классах Лицея ИГУ; создание фундамента для математического развития одаренных детей.

Рабочая программа учебного предмета «Решение олимпиадных задач по математике » входит в обязательную предметную область «Математика и информатика»

Срок реализации программы – 2 года (8, 9 класс)

Количество учебный часов, на которые рассчитана программы

	7 класс	8 класс	Всего
Количество учебных недель	34	34	68
Количество часов в неделю	1 ч/нед	1 ч/нед	
Количество часов в год	34	34	68

Для реализации программ используются учебники, допущенные к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, приказом Минпросвещения от 21.09.2022 № 858:

1. Петерсон Л.Г. Математика в 3-х частях. – М. Изд-во «Ювента», 136 с.
2. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре 8-9 / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – М. : Просвещение,
3. 1. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: АСА, 1994.

4. 2. Кузьмин О. В. Комбинаторные методы решения логических задач: учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2006.
5. 3. Кузьмин О.В. Принцип Дирихле: методическое пособие. – Иркутск: Иркут. ун-т, 2007.

Электронные образовательные ресурсы, допущенные к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования приказом Минпросвещения от 02.08.2022 № 653:

1. http://katalog.iot.ru - каталог образовательных ресурсов сети Интернет;
2. http://www.edu.ru - Федеральный образовательный портал;
3. http://school-collection.edu.ru - единая коллекция цифровых образовательных ресурсов;
4. http://window.edu.ru - единое окно доступа к образовательным ресурсам;
5. Тестирование online: 5 - 11 классы :http://www.kokch.kts.ru/cdo/
6. Педагогическая мастерская, уроки в Интернет и многое другое: http://teacher.fio.ru
7. Новые технологии в образовании: http://edu.secna.ru/main/
8. Путеводитель «В мире науки» для школьников: http://www.uic.ssu.samara.ru/~nauka/
9. Мегаэнциклопедия Кирилла и Мефодия: http://mega.km.ru
10. сайты «Энциклопедий», например: http://www.rubricon.ru/ http://www.encyclopedia.ru/

В программу включены содержание, планируемые результаты (личностные, метапредметные, предметные), тематическое планирование с учетом рабочей программы воспитания и возможностью использования электронных (цифровых) образовательных ресурсов, оценочные материалы.

Рабочая программа рассмотрена на заседании методического объединения учителей-предметников (протокол №1 от 29.08.2023 г.), согласована с заместителем директора МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска, утверждена приказом директора № 01-06-140 от 30.08.2023 г.

Содержание программы по курсу
«Решение олимпиадных задач по математике» в 8-9 классах.

8 классы

Раздел 1. Алгебра и элементы математического анализа (9 часов)

Доказательство числовых неравенств. Неравенства средних. Математические соревнования. Транснеравенство. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Метод Штурма. Геометрические неравенства.

Раздел 2. Арифметика и элементы теории чисел (10 часов)

Рациональность и иррациональность. Математические соревнования. Сопряженные числа. Сравнения. Малая теорема Ферма. Математические соревнования. Лемма Вильсона. Решение уравнений в целых числах.

Раздел 3. Геометрия (10 часов)

Вписанные углы. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников. Подобие фигур. Дополнительные построения. Математические соревнования. Метод площадей. Обратный ход в геометрии. Векторы. Формула Пика.

Раздел 4. Комбинаторика, элементы теории множеств, графы (4 часов)

Математические соревнования. Ориентированные графы. Графы с цветными ребрами. Двудольные графы. Математические соревнования

Зачетная работа.

9 классы

Раздел 1. Логические задачи (5 часов)

Сюжетные логические задачи. Истинные и ложные высказывания и дополнительные соображения. Логические задачи и комбинаторика. Метаголоволомки. Решение олимпиадных логических задач.

Раздел 2. Последовательности (10 часов)

Введение в последовательности. Суммирование. Целочисленные арифметические последовательности. Геометрическая прогрессия. Свойства последовательностей. Числа Фибоначчи. Вспомогательные последовательности. Решение олимпиадных задач на последовательности. Зачетная работа за первое полугодие.

Раздел 3. Непрерывность (7 часов)

Понятие непрерывности. Дискретная непрерывность. Непрерывная траектория. Дискретная непрерывность на плоскости. Решение задач на дискретную непрерывность.

Непрерывность в алгебре. Решение задач на непрерывность в алгебре.

Раздел 4. Элементы теории чисел (7 часов)

Арифметика остатков. Решение задач на сравнение по модулю. Китайская теорема об остатках. Теорема Вильсона. Функция Эйлера. Псевдопростые числа. Решение олимпиадных задач на теорию чисел.

Раздел 5. Принцип Дирихле (5 часов)

Принцип Дирихле и делимость. Принцип Дирихле и дополнительные соображения. Принцип Дирихле в геометрии. Метод раскрашивания и Принцип Дирихле. Решение задач на принцип Дирихле. Зачетная работа за второе полугодие

Тематическое планирование

8 классы

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Алгебра и элементы математического анализа	**9**	
1, 2	Доказательство числовых неравенств	2	
3, 4	Неравенства средних	2	
5	Математические соревнования	1	
6	Транснеравенство	1	
7	Неравенство Коши-Буняковского-Шварца	1	
8	Метод Штурма	1	
9	Геометрические неравенства	1	
	Раздел 2. Арифметика и элементы теории чисел	**10**	
10	Рациональность и иррациональность	1	
11	Математические соревнования	1	
12	Сопряженные числа	1	
13	Сравнения	1	
14, 15	Малая теорема Ферма	2	
16	Математические соревнования	1	
17	Лемма Вильсона	1	
18, 19	Решение уравнений в целых числах	2	
	Раздел 3. Геометрия	**10**	
20	Вписанные углы	1	
21	Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников	1	
22	Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников	1	
23, 24	Подобие фигур. Дополнительные построения	2	
25	Математические соревнования	1	
26	Метод площадей	1	
27	Обратный ход в геометрии	1	
28	Векторы	2	
29	Формула Пика	1	
	Раздел 4. Комбинаторика, элементы теории множеств, графы	**4**	
30	Ориентированные графы	1	
31,32	Графы с цветными ребрами. Двудольные графы	2	
33	Математические соревнования	1	
34	Зачетная работа		1

9 классы

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Раздел 1. Логические задачи	**5**	
1	Сюжетные логические задачи.	1	

2	Истинные и ложные высказывания и дополнительные соображения	1	
3	Логические задачи и комбинаторика	1	
4	Метаголоволомки	1	
5	Решение олимпиадных логических задач	1	
	Раздел 2. Последовательности	**10**	
6	Введение в последовательности	1	
7	Суммирование	1	
8	Целочисленные арифметические последовательности	1	
9	Геометрическая прогрессия	1	
10	Свойства последовательностей	1	
11-12	Числа Фибоначчи	2	
13	Вспомогательные последовательности	1	
14	Решение олимпиадных задач на последовательности	1	
15	Зачетная работа за первое полугодие		1
	Раздел 3. Непрерывность	**7**	
16	Понятие непрерывности	1	
17	Дискретная непрерывность	1	
18	Непрерывная траектория	1	
19	Дискретная непрерывность на плоскости	1	
20	Решение задач на дискретную непрерывность.	1	
21	Непрерывность в алгебре	1	
22	Решение задач на непрерывность в алгебре	1	
	Раздел 4. Элементы теории чисел	**7**	
23	Арифметика остатков	1	
24	Решение задач на сравнение по модулю	1	
25	Китайская теорема об остатках	1	
26	Теорема Вильсона	1	
27	Функция Эйлера	1	
28	Псевдопростые числа	1	
29	Решение олимпиадных задач на теорию чисел	1	
	Раздел 5. Принцип Дирихле	**5**	
30	Принцип Дирихле и делимость	1	
31	Принцип Дирихле и дополнительные соображения	1	
32	Принцип Дирихле в геометрии	1	
33	Метод раскрашивания и Принцип Дирихле. Решение задач на принцип Дирихле	1	
34	Зачетная работа за второе полугодие		1

Планируемые результаты

Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются в части:

1) патриотического воспитания:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданского и духовно-нравственного воспитания:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудового воспитания:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетического воспитания:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценностей научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологического воспитания:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

8 класс

Личностные результаты

– ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

– ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

– оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

– организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

– сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

– находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;

– выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

– выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

– менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

– осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;

– развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

– выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

Предметные результаты:

Ученик научится:

– решать задачи на доказательство неравенств;
– доказывать неравенства о средних;
– применить полученные знания в условиях соревнований;
– доказывать транснеравенство, применять его к решению задач;
– доказывать неравенство Коши-Буняковского-Шварца, применять его к решению задач;
– применять метод Штурма при доказательстве неравенств;
– доказывать свойства сопряженных чисел;
– решать задачи с помощью сравнений;
– решать нелинейные уравнения в целых числах;
– применять свойства вписанных углов при решения задач;
– делать дополнительные построения до подобных фигур в геометрических задачах;
– применять метод площадей к решению задач;

– решать геометрические задачи методом обратного хода.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

– составлять математические модели решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин,

– исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Ученик получит возможность научиться:

– решать геометрические задачи с помощью векторного аппарата;

– использовать формулу Пика при решении задач;

– видеть ориентированный граф в условии задачи и грамотно перевести это условие на язык теории графов;

– видеть двудольный граф в условии задачи и грамотно перевести это условие на язык теории графов;

– применить полученные знания в условиях соревнований;

– распознать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем.

9 класс

Личностные результаты

– ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

– осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

– самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

– ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

– оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

– выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

– организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

– сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

– искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

– критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;

– использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;

– находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
– выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
– выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
– менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

– осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
– при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
– координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
– развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
– распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

– решать логические задачи различных типов
– решать сюжетные логические задачи табличным методом, графами, методом рассуждения;
– решать олимпиадные задачи и задачи повышенной сложности, используя алгебру логики;
– применять знания комбинаторики при решении логических задач;
– решать логические головоломки;
– восстанавливать члены последовательности;
– решать несложные задачи на арифметическую прогрессию;
– решать олимпиадные задачи на последовательности;
– решать простые задачи на непрерывность;
– решать задачи на дискретную непрерывность;
– применять теорему о промежуточном значении;
– решать задачи на сравнение по модулю;
– применять сравнение по модулю при решении олимпиадных задач на делимость;
– распознать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем;
– применять китайскую теорему об остатках при решении олимпиадных задач;
– применять Теорему Вильсона, уметь решать простейшие сравнения;
– решать задачи с применением функции Эйлера;
– решать задачи с псевдопростыми числами;
– решать различные олимпиадные задачи с применением азов теории чисел;
– применять принцип Дирихле при решении олимпиадных задач на делимость;
– применять принцип Дирихле при решении геометрических задач;
– использовать одновременно два метода решения олимпиадных задач (раскраски, принцип Дирихле).

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

– составлять математические модели решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин,
– исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Ученик получит возможность научиться:

– строить таблицы истинности;

– использовать основами модулярной арифметики;
– владеть понятием непрерывной функции;
– распознать тип задачи в наборе, содержащем задачи из разных тем;
– применять полученные знания в условиях соревнований.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТИРОВАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ

Задача 1: В тесте было 20 вопросов. За каждый правильный ответ Вася получал 11 баллов. За каждый неправильный – минус 5. За пропуск ответа отнимается 1 балл. Вася набрал 80 баллов. Сколько пропусков при таком результате могло оказаться у Васи?

а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 2: Сколько существует таких неупорядоченных пар (т.е. a и b то же самое, что b и a) натуральных чисел, что 1/a+1/b=1/8.

а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 3: Про 3 написанных числа известны 5 утверждений:

а) эти числа являются сторонами прямоугольного треугольника;

б) числа целые;

в) сумма этих чисел равна 0;

г) это три последовательных целых числа;

д) произведение этих чисел меньше 100.

Сколько одновременно верных утверждений может быть?

а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Задача 4: На доске написано число, начинающееся на 6. Если стереть первую цифру, то число уменьшится в k раз. Чему может быть равно k?

а) 7 б) 8 в) 9 г) 10 д) 15

Задача 5: Какие числа можно представить как сумму двух или более последовательных натуральных чисел?

а) 8 б) 10 в) 12 г) 14 д) 16

Задача 6: Вася забыл номер квартиры друга, но запомнил, что если взять номер этажа друга и между цифрами вставить номер подъезда, то получится номер квартиры. Номер квартиры заканчивается на 4 и на лестничной клетке он больше других номеров квартир. Сколько этажей может быть в этом доме, если этажей в доме не более, чем 30, а подъездов не более, чем 3, а на каждом этаже в каждом подъезде по 4 квартиры.

а) 14 б) 17 в) 20 г) 23 д) 26

Задача 7: Пятизначное число уменьшают на сумму своих цифр, полученное число опять уменьшают на сумму своих цифр и т.д. Какие числа можно получить в результате таких операций?

а) 18 б) 20 в) 12 г) 100 д) 27

Задача 8: Известно, что 2/3 класса были в театре, 3/5 были в кино, а 1/3 класса была и в театре и в кино. Петя, к сожалению, не был ни в кино, ни в театре. Сколько еще человек, кроме Пети, могло учиться в классе и ни разу не сходить ни в кино, ни в театр, если известно, что в классе от 17 до 35 человек?

а) 0 б) 1 в) 3 г) 5 д) 6

Задача 9: Из 9 единичных квадратов сложили большой квадрат 3 × 3. Какое число точек можно выбрать среди 16 вершин маленьких квадратов, чтобы никакие три точки не были бы вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника?

а) 6 б) 7 в) 8 г) 9 д) 10

Задача 10: Две стороны треугольника равны 4,57 см и 1,15 см. Чему может быть равна третья сторона, если известно, что она выражается целым числом сантиметров?

а) 2 б) 3 в) 4 г) 5 д) 6

Задача 11: В каждой клетке квадрата 5 × 5 расставлены единички и нолики таким образом, что в каждой строке, кроме, может быть, первой единичек больше, чем ноликов. А также в каждом столбце, кроме, может быть последнего, ноликов больше, чем единиц. Сколько ноликов может содержаться в квадрате?

а) 10 б) 11 в) 12 г) 13

д) расставить указанным образом единички и нолики нельзя.

Задача 12: Вася загадал двузначное число. Умножил его на 9, а затем зачеркнул последнюю цифру. Полученное число умножил на 13 и опять зачеркнул последнюю цифру. Мог ли Вася в результате получить числа?

а) 20 б) 13 в) 40 г) 55 д) 64

Задача 13: Какое количество острых углов могут образовать 5 лучей с общим началом?

а) 3 б) 4 в) 6 г)8 д) 9

Задача 14: Вася подбрасывал игральный кубик 5 раз и каждый раз записывал полученное число очков. Сумма записанных чисел равна 27. Сколько раз могла выпасть на кубике «пятерка»?

а) 0 б) 1 в) 2 г) 3 д) 4

Задача 15: В вершинах куба записаны числа 1 или – 1. На каждой грани записали произведение чисел в ее вершинах. Чему может быть равна сумма всех чисел, записанных на гранях куба?

а) 6 б) -4 в) -2 г) 3 д) -6

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Подборка заданий по теме Графы

1. В углах шахматной доски 3 х 3 стоят 4 коня: 2 белых (в соседних углах) и 2 чёрных. Можно ли за несколько ходов (по шахматным правилам) поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета?

2. Выпишите в ряд цифры от 1 до 9 так, чтобы число, составленное из двух соседних цифр, делилось либо на 7, либо на 13.

Ответ: 784913526.

3. В стране Радонежии некоторые города связаны между собой авиалиниями. Из столицы выходит 1985 авиалиний, из города Дальнего одна, а из остальных городов – по 20 линий. Докажите, что из столицы можно добраться до Дальнего.

4. Расположите на плоскости 6 точек и соедините их непересекающимися линиями так, чтобы из каждой точки выходили четыре линии.

5. В трёх вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается передвигать их по диагонали в любую свободную вершину. Можно ли таким образом добиться того, чтобы одна из фишек вернулась на своё место, а две другие поменялись местами?

6. В марсианском метро 100 станций. От любой станции до любой другой можно проехать. Забастовочный комитет хочет закрыть проезд через одну из станций так, чтобы между всеми остальными станциями был возможен проезд. Докажите, что такая станция найдётся.

7. Докажите, что в плоском графе найдётся вершина, из которой выходит не более 5 рёбер.

8. Клетчатая плоскость раскрашена десятью красками так, что соседние (т.е. имеющие общую сторону) клетки покрашены в разные цвета, причём все десять красок использованы. Каково минимальное возможное число пар соседних красок? (Две краски называются *соседними*, если ими покрашены какие-то две соседние клетки).

9. В тридевятом царстве каждые два города соединены дорогой с односторонним движением. Докажите, что существует город, из которого в любой другой можно проехать не более чем по двум дорогам.

10. В городе на каждом перекрёстке сходится чётное число улиц. Известно, что с любой улицы города можно проехать на любую другую. Докажите, что все улицы города можно объехать, побывав на каждой по одному разу.

11. Последовательность из 36 нулей и единиц начинается с пяти нулей. Среди пятёрок подряд стоящих цифр встречаются все 32 возможных комбинации. Найдите пять последних цифр последовательности.

12. Дан правильный 45-и угольник. Можно ли так расставить в его вершинах цифры от 0 до 9 так, чтобы для любой пары различных цифр нашлась сторона, концы которой занумерованы этими цифрами.

13. Докажите, что можно расположить по кругу символы 0 и 1 так, чтобы любой возможный набор из n символов, идущих подряд, встретился.

2. Подборка заданий по теме Принцип Дирихле

1. В школе 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них родились в один день года.

2. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6 х 6 из чисел +1, – 1, 0 так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Помогите Буратино.

3. На планете Земля океан занимает больше половины площади поверхности. Докажите, что в мировом океане можно указать две диаметрально противоположные точки.

4. На собеседование пришли 65 школьников. Им предложили 3 контрольных работы. За каждую контрольную ставилась одна из оценок: 2,3,4 или 5. Верно ли, что найдутся два школьника, получившие одинаковые оценки на контрольных?

5. В классе 30 учеников. Во время контрольной работы Петя сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Докажите, что найдутся три ученика, сделавшие одинаковое число ошибок.

6. На земле больше 4 миллиардов человек, которые моложе 100 лет. Докажите, что на Земле есть два человека, родившихся в одну и ту же секунду.

7. На плоскости проведено 12 прямых. Докажите, что какие-то две из них образуют угол не больше 15о.

8. В ящике лежат носки: 10 чёрных, 10 синих, 10 белых. Какое наименьшее количество носков надо вынуть не глядя, чтобы среди вынутых оказалось два носка: а) одного цвета; б) разных цветов; в) чёрного цвета?

9. На карьере добыли 36 камней. Их веса соответственно 490 кг, 495 кг, 500 кг, …, 665 кг (арифметическая прогрессия). Можно ли увезти эти камни на семи трёхтонных грузовиках?

10. Какое наименьшее число карточек спортлото «6 из 49» надо купить, чтобы наверняка хоть на одной из них был угадан хоть один номер?

11. Докажите, что среди любых пяти человек есть двое с одинаковым числом знакомых среди этих пяти человек. (Возможно, эти двое ни с кем не знакомы).

12. Докажите, что из любых 52 целых чисел всегда можно выбрать два, сумма или разность которых делится на 100.

13. Квадратная таблица $(2n + 1) \times (2n + 1)$ заполнена числами от 1 до $2n + 1$ так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце были представлены все эти числа. Докажите, что если это расположение симметрично относительно главной диагонали, то на главной диагонали тоже представлены все эти числа.

14. В классе 25 человек. Известно, что среди любых трёх из них есть двое друзей. Докажите, что есть ученик, у которого не менее 12 друзей.

15. Комиссия из 60 человек провела 40 заседаний, причём на каждом заседании присутствовало ровно 10 членов комиссии. Докажите, что какие-то два члена комиссии встречались на её заседаниях по крайней мере дважды.

16. На столе лежат 50 правильно идущих часов. Докажите, что в некоторый момент сумма расстояний от центра стола до концов минутных стрелок будет больше, чем сумма расстояний от центра стола до центров часов.

17. Каждая из 9 прямых разбивает квадрат на два четырёхугольника, площади которых относятся как 2:3. Докажите, что по крайней мере три из этих прямых проходят через одну точку.

3. Основная теорема арифметики

Пусть дано число 360. На какое наименьшее простое число оно делится? Очевидно, на 2: $360 = 2 \cdot 180$. На какое наименьшее простое число делится 180? Тоже на 2: $180 = 2 \cdot 90$, так что $360 = 2 \cdot 2 \cdot 90$. На какое наименьшее простое число делится 90? Опять на 2: $90 = 2 \cdot 45$, так что $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 45$. На какое наименьшее простое число делится 45? На 3: $45 = 3 \cdot 15$, так что $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15$. Наконец, $15 = 3 \cdot 5$, $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, и на этом начатый нами процесс останавливается: все получившиеся множители являются простыми.

Точно такую же процедуру можно проделать и для любого другого числа. Это утверждение есть знаменитая

Основная теорема арифметики. Любое натуральное число (кроме единицы) можно представить в виде произведения простых множителей, и притом единственным образом (с точностью до порядка сомножителей).

Такое произведение называется *разложением на простые множители* или *каноническим разложением*. Выше было получено каноническое разложение числа 360:

$$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

или, как это обычно записывают,

$$360 = 23 \cdot 32 \cdot 5.$$

Мы видим, таким образом, что любое число состоит как бы из «кирпичиков» – простых множителей, возникающих в его каноническом разложении. Простое число состоит из одного такого «кирпичика» – самого себя.

Каноническое разложение является мощным инструментом решения целого ряда задач. Благодаря ему перед нами открывается вся картина делителей данного числа. Так, для числа $360 = 23 \cdot 32 \cdot 5$ мы теперь можем сразу сказать, что оно делится, например, на $23 = 8$, на $22 \cdot 3 = 12$, на $2 \cdot 32 \cdot 5 = 90$ (так как эти числа «сконструированы» из отдельных элементов канонического разложения) и не делится, скажем, на 7 и на $33 = 3 \cdot 11$ (так как ни 7, ни 11 не входят в каноническое разложение).

Задачи

1. Найдите каноническое разложение числа 3150. Покажите, что оно делится на 6, 14, 18, 21, 35, 42, 45. Делится ли оно на 12, 22, 26, 27?

2. Не вычисляя произведения $2013 \cdot 15 \cdot 77$, выясните, делится ли оно на 2, 3, 9, 35, 55, 80, 6039.

3. Число A делится на 3 и 4 Следует ли отсюда, что A делится на $3 \cdot 4 = 12$?

4. Число A делится на 4 и 6 Следует ли отсюда, что A делится на $4 \cdot 6 = 24$?

5. Число 3A делится на 7 Следует ли отсюда, что A делится на 7?

6. Число 9A делится на 6 Следует ли отсюда, что A делится на 6?

7. Докажите, что произведение трёх последовательных натуральных чисел делится на 6

8. Докажите, что произведение пяти последовательных натуральных чисел делится на 120

9. Допишите к числу 523. . . три цифры так, чтобы полученное шестизначное число делилось на 7, 8 и 9 Сколько всего таких чисел существует?

10. На сколько нулей оканчивается число 100! ?

11. (*Всеросс., 2018, ШЭ, 6.1*) В доме на всех этажах во всех подъездах равное количество квартир (больше одной). Также во всех подъездах поровну этажей. При этом количество этажей больше количества квартир на этаже, но меньше, чем количество подъездов. Сколько в доме этажей, если всего квартир 715?

12. (*Математический праздник, 1999, 6.2*) Укажите пять целых положительных чисел, сумма которых равна 20, а произведение – 420.

13. (*Математический праздник, 2007, 6–7.2*) В конце четверти Вовочка выписал подряд в строчку свои текущие отметки по пению и поставил между некоторыми из них знак умножения. Произведение получившихся чисел оказалось равным 2007 Какая отметка выходит у Вовочки в четверти по пению? («Колов» учительница пения не ставит.)

14. (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.2*) Есть четыре карточки с цифрами: 2, 0, 1, 6 Для каждого из чисел от 1 до 9 можно из этих карточек составить четырёхзначное число, которое кратно выбранному однозначному. А в каком году такое будет в следующий раз?

15. (*Московская устная олимпиада, 2015, 6.2*) Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие – втрое. В результате по телевизору сообщили о волке с хвостом длиной 864 метра. Сколько простых и сколько творческих людей «отрастили» волку хвост?

16. (*Московская устная олимпиада, 2019, 6.5, 7.4*) В финале комбинированного чемпионата мира по скалолазанию шесть спортсменок соревнуются в трёх дисциплинах. В каждой из них они распределяют между собой места с первого по шестое (дележей мест не бывает). Окончательный результат каждой спортсменки – произведение трёх занятых мест. Финальные результаты оказались такими: Янья – 5, Сол – 12, Джессика – 24, Акийо – 54, Михо – 64, Петра – 75. Как распределились места в первой дисциплине, если известно, что у Яньи она самая слабая из трех?

17. (*Математический праздник, 1995, 7.1*) Натуральное число умножили последовательно на каждую из его цифр. Получилось 1995. Найдите исходное число.

18. (*Математический праздник, 2008, 7.1*) Число умножили на сумму его цифр и получили 2008. Найдите это число.

19. (*Московская устная олимпиада, 2009, 7.1*) Юра записал четырёхзначное число. Лёня прибавил к первой цифре этого числа 1, ко второй 2, к третьей 3 и к четвёртой 4, а потом перемножил полученные суммы. У Лёни получилось 234. Какое число могло быть записано Юрой?

20. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.4*) Коробка с сахаром имеет форму прямоугольного параллелепипеда. В ней находится 280 кусочков сахара, каждый из которых – кубик размером 1× 1× 1 см. Найдите площадь полной поверхности коробки, если известно, что длина каждой из её сторон меньше 10 см.

21. (*Всеросс., 2018, МЭ, 7.4*) На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна 154.

22. (*«Высшая проба», 2017, 7.3, 8.1*) Найти все натуральные числа n от 1 до 100 такие, что
если перемножить все делители числа n (включая 1 и n), получим число n^3.

23. (*Математический праздник, 2009, 7.6*) Используя в качестве чисел любое количество монет достоинством 1, 2, 5 и 10 рублей, а также (бесплатные) скобки и знаки четырёх арифметических действий, составьте выражение со значением 2009, потратив как можно меньше денег.

24. (*Математический праздник, 1996, 7.6*) Произведение последовательных чисел от 1 до n называется n-факториал и обозначается $n!$ ($1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n!$). Можно ли вычеркнуть из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \ldots \cdot 100!$ один из факториалов так, чтобы произведение оставшихся было квадратом целого числа?

25. *(«Ломоносов», 2017, 7–8.6, 9.4*) Про натуральные числа m и n известно, что $3n^3 = 5m^2$.
Найдите наименьшее возможное значение $m + n$.