Министерство образования Иркутской Области
Департамент образования комитета города Иркутска
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение Лицей ИГУ г. Иркутска
МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска

РАССМОТРЕНО	**УТВЕРЖДЕНО**
На заседании МО учителей математики	Приказ № 01-06-151/2 31.08.2024 г.
от 30.08.2024 г. протокол №1	Директор Е.Ю Кузьмина
Руководитель Малакичев А.О.	

ПРИНЯТО
Решением педагогического совета
от 30.08.2024 г., протокол №1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По курсу внеурочной деятельности
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК»
для обучающихся 10 – х классов

Составитель программы:
МАЛАКИЧЕВ А.О.,
учитель математики,
высшая квалификационная категория

г. Иркутск, 2024 год

Аннотация к рабочей программе по внеурочной деятельности «Математический кружок» 10 класс 2024-2025 учебный год

Программа по внеурочной деятельности «Математический кружок» для обучающихся 10 - х классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Программа «Математический кружок» относится к обще интеллектуальному направлению реализации внеурочной деятельности в рамках ФГОС.

Отличительной особенностью данной образовательной программы является то, что программа «Математический кружок» предусматривает углубление знаний учащихся, получаемых ими при изучении основного курса, развитие познавательного интереса к предмету, любознательности, смекалки, расширение кругозора. Занятия построены так, чтобы быть для учащихся интересными, увлекательными и занимательными. Отбор содержания курса произведен в соответствии с выбранными принципами параллельности и опережающей сложности. Отобрано большое количество задач, для решения которых используются арифметические способы решения, что позволяет учить учащихся логически мыслить, рассуждать, развивать речь. Материал программы включает много нестандартных задач и способы их решения, что способствует развитию школьников, формированию у них познавательного интереса не только к решению задач вообще, но и самой математике.

Срок реализации: 1 год

Режим занятий: Количество часов, выделенных на изучение курса 34 часа в год, количество часов и занятий в неделю – через неделю. Продолжительность занятий 40 мин.

Прогнозируемые результаты и способы их проверки:

- быстро считать, применять свои знания на практике, приобретать навыки нестандартного мышления.
- научатся мыслить, рассуждать, анализировать условия заданий
- использовать рациональный способ решения задач;
- работать с чертежными инструментами;
- анализировать свою работу, исправлять ошибки, восполнять пробелы в знаниях из разных источников информации;
- применять некоторые приёмы быстрых устных вычислений при решении задач;
- применять полученные знания, умения и навыки на уроках математики.
- создавать творческие работы, доклады с помощью взрослых или самостоятельно;
- вести исследовательскую работу и участвовать в проектной деятельности самостоятельно или с помощью взрослых

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу десятого и одиннадцатого классов, а также оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования по математике с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ:

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	10 класс
Количество учебных недель	34
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	34

Уровень подготовки учащихся – углубленный.

Место предмета в учебном плане – часть, формируемая участниками образовательных отношений (часы на занятия, обеспечивающие различные интересы и потребности обучающихся).

Планируемые результаты

Личностные результаты

Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются в части:

1) патриотического воспитания: проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданского и духовно-нравственного воспитания: готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудового воспитания: установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетического воспитания: способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;
5) ценностей научного познания: ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;
6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия: готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;
7) экологического воспитания: ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;
8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды: готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

1. ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
2. развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
3. готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

4. ставить и формулировать собственные задачи в образовательной

деятельности и жизненных ситуациях;

5. оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

6. организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

7. сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

8. находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;

9. выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

10. выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

11. менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

12. осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;

13. развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

14. выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

– владеть комбинаторно-логическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

– самостоятельно формулировать логические высказывания, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций в и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах комбинаторных объектов, проводить в несложных случаях классификацию по различным основаниям;

– исследовать чертежи и схемы, включая визуальные представления графов, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах и схемах;

– решать задачи комбинаторно-логического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные рассуждения, исследовать возможность применения теорем и формул комбинаторики и логики для решения задач;

– уметь формулировать и доказывать комбинаторно-логические утверждения;

– применять простейшие методы системного анализа при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

– составлять с использованием комбинаторных характеристик математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Учащиеся получат возможность научиться:

– свободно оперировать комбинаторно-логическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

– выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы конфигураций.

Содержание программы по курсу «Решение олимпиадных задач по математике»

I. Инварианты и принцип Дирихле (5 часов)

Преобразования, инварианты преобразований. Четность и нечетность. Делимость и остатки. Принцип Дирихле. Метод раскрашивания.

II. Логические задачи (5 часов)

Понятие графа. Решение логических задач при помощи графов. Решение нестандартных логических задач.

III. Комбинаторика расположений (4 часа)

Элементы комбинаторики расположений. Расположения и покрытия. Решения задач, связанных с расположениями на шахматной доске.

IV. Аналитические и графические методы (2 часов)

Решение текстовых задач. Целая и дробная части числа. Решение уравнений с целой и дробной частями числа. Неравенство Коши. Доказательство числовых неравенств.

Итоговый контроль. Итоговая олимпиада (1 часа)

I. Аналитические методы (5 часов)

Решение уравнений и неравенств в целых числах, с целой и дробной частями числа.

Неравенство Коши-Буняковского. Доказательство неравенств нестандартными методами. Решение текстовых задач.

II. Инварианты и полуинварианты (5 часов)

Инварианты и полуинварианты преобразований. Использование метода раскрашивания при поиске инвариантов и полуинвариантов. Исследование чисел на делимость и нахождение остатков при поиске инвариантов и полуинвариантов. Обобщенный принцип Дирихле.

III. Логические задачи (4 часов)

Логические задачи на нахождение оптимальной стратегии. Решение логических задач на переливания и взвешивания.

IV. Комбинаторика расположений (2 часа)

Методы комбинаторики расположений. Расположения и покрытия. Решения задач, связанных с расположениями на шахматной доске.

Итоговый контроль. (1 час)

Итоговая олимпиада. Анализ итоговой олимпиады

Тематическое планирование 1 полугодия

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Инварианты и принцип Дирихле	**5**	
1	Понятие инварианта. Четность и нечетность.	1	
2	Решение логических задач на инвариант.	1	
3	Решение задач на четность и нечетность.	1	
4	Делимость и остатки.	1	
5	Решение задач на делимость и остатки.	1	
	Логические задачи	**5**	
6	Нестандартные логические задачи.	1	
7	Понятие графа. Основные свойства графа.	1	
8	Решение логических задач с помощью графов.	1	
9	Решение логических задач с помощью графов.	1	
10	Решение логических задач с помощью графов.	1	
	Комбинаторика расположений	**4**	
11	Элементы комбинаторики расположений	1	
12	Расположения и покрытия.	1	
13	Задачи на расположения и покрытия.	1	
14	Задачи на расположения на шахматной доске.	1	
	Аналитические и графические методы	**2**	
15	Решение текстовых задач.	1	
16	Решение уравнений с целой частью.	1	
	Итоговый контроль.	**1**	
17	Итоговая олимпиада	1	

Тематическое планирование 2 полугодия

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Аналитические методы	**5**	
1	Решение уравнений в целых числах.	1	
2	Решение уравнений с целой и дробной частями числа.	1	
3	Неравенства с целой и дробной частями числа.	1	
4	Неравенство Коши-Буняковского.	1	
5	Решение задач на неравенство Коши-Буняковского.	1	
	Инварианты и полуинварианты (часов)	**5**	
6	Инварианты и полуинварианты.	1	
7	Решение задач с помощью инварианта	1	
8	Использование метода раскрашивания при поиске инвариантов	1	
9	Основные методы исследования чисел на делимость и	1	

	нахождение остатков при поиске инвариантов и полуинвариантов.		
10	Решение задач на обобщенный принцип Дирихле.	1	
	Логические задачи	**4**	
11	Логические задачи на нахождение оптимальной стратегии.	1	
12	Решение задач на оптимальные стратегии.	1	
13	Решение задач на переливания	1	
14	Решение задач на взвешивания	1	
	Комбинаторика расположений	**2**	
15	Методы комбинаторики расположений.	1	
16	Задачи на расположения на шахматной доске.	1	
	Итоговый контроль.	**1**	
17	Итоговая олимпиада	1	

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Оценочные материалы

Задания для итоговой (лицейской) олимпиады

1. Петя к числу 400 приписал справа четырехзначное число и в результате получил полный квадрат. Какое число приписал Петя? Найдите все варианты.

2. Решить уравнение $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}=0$.

3. Числа x, y и z в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию. Докажите, что $(x + y + z)(x - y + z) = x^2 + y^2 + z^2$.

4. Через одну точку окружности проведены две хорды a и b. Их концы соединены. Площадь полученного треугольника S. Найдите радиус окружности, если угол между хордами тупой.

1. $A_1A_2 + A_1A_4 = 2r$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные материалы

Задания для итоговой (лицейской) олимпиады

1. Сумма нескольких последовательных натуральных чисел равна 2003. Найдите количество этих чисел (все возможные случаи).

2. Доказать неравенство $\sqrt{\frac{a^2}{b}}+\sqrt{\frac{b^2}{a}}\geq\sqrt{a}+\sqrt{b}$ для всех положительных значений переменных.

3. Решите уравнение $x^2 - 2x\sin xy + 1 = 0$.

4. Около окружности радиуса r описан правильный 12-угольник $A_1A_2 \ldots A_{12}$. Докажите, что $A_1A_2 + A_1A_4 = 2r$.

Дополнительная литература:

1. Балаян Э.Н. Готовимся к олимпиадам по математике: 5-11 кл. – Ростов н/Д: Феникс, 2009.
2. Галкин Е.И. Нестандартные задачи по математике: Задачи логич. характера: Кн. для учащихся 5-11 кл. – М.: Просвещение; Учебная литература, 1996.
3. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: АСА, 1994.
4. Каннель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2001.
5. Школьные олимпиады СПбГУ 2019. Математика: учеб.-метод. пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петер. ун-та, 2019. – 146 с.
6. Далингер В. А. Задачи в целых числах. – Омск: Амфора, 2010. – 132 с.

Литература для учителя:

1. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: АСА, 1994.
2. Кузьмин О.В. Перечислительная комбинаторика: учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2005. – 112 с.
3. Кузьмин О. В. Комбинаторные методы решения логических задач: учеб. пособие. – М.: Дрофа, 2006.
4. Кузьмин О.В. Принцип Дирихле: методическое пособие. – Иркутск: Иркут. ун-т, 2007.
5. Фарков А. В. Методы решения олимпиадных задач. 10-11 классы. – М.: Илекса, 2016. – 110 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Принцип Дирихле

При решении различных математических задач применяется специальный метод, получивший название: «принцип Дирихле». Существует несколько формулировок данного принципа. Самая популярная следующая:

«*Если в n клетках сидит m зайцев, причем m > n, то хотя бы в одной клетке сидят по крайней мере два зайца*».

Доказывается данный принцип Дирихле легко, методом доказательства от противного, который учащиеся 7 класса изучали на уроках. Поэтому некоторые из задач, решаемых с помощью принципа Дирихле, также можно решить, используя метод доказательства от противного, но не все.

На первый взгляд непонятно, почему это совершенно очевидное предложение тем не менее является мощным математическим методом решения задач, причем самых разнообразных. Все дело, оказывается, в том, что в каждой конкретной задаче нелегко понять, что же здесь выступает в роли зайцев, а что – в роли клеток. И почему надо, чтобы зайцев было больше, чем клеток. Выбор зайцев и клеток часто неочевиден. Далеко не всегда по формулировке задачи можно определить, что следует применить принцип Дирихле. Главное же достоинство данного метода решения состоит в том, что он дает неконструктивное решение (то есть мы знаем, что такие клетки есть, но где именно они находятся, часто указать не можем); попытка же дать конструктивное доказательство приводит к большим трудностям. Рассмотрим примеры различных задач, решаемых с помощью принципа Дирихле.

1. В классе 15 учеников. Докажите, что найдутся, как минимум, 2 ученика, отмечающих дни рождения одном месяце.

Решение. Пусть 15 учеников будут «зайцы». Тогда «клетками» будут месяцы года, их 12 Так как $15 > 12$, то по принципу Дирихле найдется, как минимум, одна клетка, в которой будут сидеть по крайней мере 2 «зайца». То есть найдется месяц, в котором будут отмечать дни рождения не менее 2 учеников класса. А это и требовалось доказать. Также задача легко решается
с использованием метода доказательства от противного.

2. Внутри равностороннего треугольника со стороной 1 см расположены 5 точек. Докажите, что расстояние между некоторыми двумя из них меньше 0,5 см.

Решение. Это наиболее трудная задача на принцип Дирихле. Но на примере ее решения очень хорошо видны все достоинства принципа. Итак, при решении сначала надо выбрать что-то за «зайцев». Так как в условии задачи фигурирует число 5, то пусть 5 точек будут «зайцами». Так как «клеток» должно быть меньше, и чаще всего на 1, то их должно быть 4 Как получить эти 4 «клетки»? Так как в условии задачи есть еще 2 числа: 1 и 0,5; причем второе меньше первого в 2 раза, то можно получить 4 «клетки», разбив равносторонний треугольник с помощью проведения отрезков, соединяющих середины сторон (рис. 35). Тогда получим 4 равносторонних треугольника со сторонами по 0,5 см, которые и будут у нас «клетками».

Так как «зайцев» 5, «клеток» 4 и $5 > 4$, то по принципу Дирихле найдется «клетка» – равносторонний треугольник со стороной 0,5 см, в который попадут не
менее двух «зайцев» точек. А так как все 4 треугольника равны и расстояние между точками в любом треугольнике будет меньше, чем 0,5 см, то мы доказали, что между некоторыми двумя точками из пяти расстояние будет меньше, чем 0,5 см.

Можно показать учащимся и другие возможные разбиения треугольника на «клетки».

3. Дано 12 целых чисел. Докажите, что из них можно выбрать 2, разность которых делится на 11.

Решение. Примем числа за «зайцев». Так как их 12, то «клеток» должно быть меньше. Пусть «клетки» – это остатки от деления целого числа на 11 Всего «клеток» будет 11: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 Тогда по принципу Дирихле найдется «клетка», в которой будут сидеть не менее чем 2 «зайца», то есть найдутся 2 целых числа с одним остатком. А разность двух чисел с одинаковым остатком от деления на 11 будет делиться на 11. Действительно, пусть $a = 11m+q$, $b = 11n+q$, тогда $a\ b = 11m+ q\ (11n+ q) = 11(m\ n)$. А $11(m\ n)$ делится на 11.)

4. В ковре размером 3 3 м Коля проделал 8 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером 1 1 м, не содержащий внутри себя дырок. (Дырки можно считать точечными.)

В данной задаче для решения необходимо применить другую формулировку принципа Дирихле:

«*Пусть в n клетках сидят m зайцев, причем n > m. Тогда найдется хотя бы одна пустая клетка*».

Посмотрим, как эту формулировку принципа Дирихле можно применить при решении данной задачи.

Решение. Здесь дырки будут «зайцами». Разрежем ковер на 9 ковриков размером 1 1 м. Так как ковриков «клеток» 9, а дырок «зайцев» 8, то найдется хотя бы одна «клетка», в которой не будет «зайцев», то есть найдется коврик без дырок внутри.

Вывод. Таким образом, применяя данный метод, надо:

1) определить, что удобно в задаче принять за «клетки», а что – за «зайцев»;
2) получить «клетки»; чаще всего «клеток» меньше (больше), чем «зайцев», на одну (или более);
3) выбрать для решения требуемую формулировку принципа Дирихле.

Самостоятельная работа

5. Дано 9 целых чисел. Докажите, что из них можно выбрать 2, разность которых делится на 8

6. В классе 35 учеников. Можно ли утверждать, что среди них найдутся хотя бы два ученика, фамилии которых начинаются с одной буквы?

7. В лесу растет миллион елок. Известно, что на каждой из них не более 600 000 иголок.

Докажите, что в лесу найдутся две елки с одинаковым количеством

8. На дискотеку в студенческое общежитие, в котором 42 комнаты, пришли 36 гостей. Докажите, что найдется комната, в которую не пришел ни один гость.

9. В классе 26 учеников, из них более половины мальчики. Докажите, что какие-то 2 мальчика сидят за одним столом, если в классе 13 столов.

Задачи-шутки

10. Как одним мешком пшеницы, смолов ее, наполнить два таких же мешка?

11. Что это: две головы, две руки, шесть ног, а идут или бегут только четыре?

12. Как-то в праздник один мой знакомый сказал мне: «Позавчера мне было 40 лет, а в будущем году исполнится 43 года». Могло ли такое быть?

Домашнее задание

13. Внутри правильного шестиугольника со стороной 1 см расположены 7 точек. Докажите, что расстояние между некоторыми двумя точками меньше, чем 1 см.

14. В вершинах квадрата записаны числа 3, 1, 2, 5. Разрешается прибавлять к любым двум числам, стоящим в квадрате, одно и то же целое число. Можно ли через несколько ходов получить во всех вершинах одинаковые числа?

15. Имеются два ведра – одно вместимостью 4 л, другое – 9 л. Можно ли набрать из реки ровно 6 л воды?